



北京专版

主编 肖德好

QUANPIN
TESEZHUANXIANG

全品 特色专项

小题限时+大题冲关

数学

考卷 I 小题·标准练

小题 1	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 01 / 答 49
小题 2	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 03 / 答 50
小题 3	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 05 / 答 51
小题 4	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 07 / 答 52
小题 5	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 09 / 答 54
小题 6	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 11 / 答 55
小题 7	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 13 / 答 56
小题 8	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 15 / 答 58
小题 9	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 17 / 答 59
小题 10	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 19 / 答 60
小题 11	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 21 / 答 62
小题 12	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 23 / 答 63

考卷 II 解答·标准练

解答 1	“16~19 题” 55 分练	专 25 / 答 65
解答 2	“16~19 题” 55 分练	专 27 / 答 67
解答 3	“16~19 题” 55 分练	专 29 / 答 68
解答 4	“16~19 题” 55 分练	专 31 / 答 70
解答 5	“16~19 题” 55 分练	专 33 / 答 72
解答 6	“16~19 题” 55 分练	专 35 / 答 73
解答 7	“16~19 题” 55 分练	专 37 / 答 75
解答 8	“16~19 题” 55 分练	专 39 / 答 77
解答 9	“16~19 题” 55 分练	专 41 / 答 78
解答 10	“16~19 题” 55 分练	专 43 / 答 80
解答 11	“20 题、21 题” 30 分练	专 45 / 答 82
解答 12	“20 题、21 题” 30 分练	专 46 / 答 83
解答 13	“20 题、21 题” 30 分练	专 47 / 答 84
解答 14	“20 题、21 题” 30 分练	专 48 / 答 85

班级
姓名
答题卡
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

8. [2022·海淀一模] 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{4}$, 则“ $\sin B < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ”是“ $\triangle ABC$ 是钝角三角形”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

9. [2024·陈经纶中学模拟] 已知点 P 是圆 $C: (x+2)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 与抛物线 $W: y^2 = 8x$ 的一个公共点, 点 $Q(2, 0)$. 若 $\triangle PCQ$ 是等腰三角形, 则满足条件的 r 的个数为 ()

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

10. [2024·北师大实验学校模拟] 中国古代的科学家们发明了一种三级漏壶记录时间, 壶形都为正四棱台, 自上而下, 三个漏壶的下底面边长依次递减1寸(约3.3厘米), 上底面边长和高度也依次递减1寸. 设自上而下三个漏壶的侧面与底面的夹角依次为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, 则 ()

- A. $\theta_1 + \theta_3 = 2\theta_2$
B. $\sin \theta_1 + \sin \theta_3 = 2\sin \theta_2$
C. $\cos \theta_1 + \cos \theta_3 = 2\cos \theta_2$
D. $\tan \theta_1 + \tan \theta_3 = 2\tan \theta_2$

二、填空题: 本题共5小题, 每小题5分, 共25分.

11. [2023·顺义一模] 函数 $f(x) = \lg(x+1) + \frac{1}{x-1}$ 的定义域为_____.

12. [2023·东城二模] 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2, |b| = 1, a$ 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $a \cdot b =$ _____,
 $|a - 2b| =$ _____.

13. [2023·昌平一模] 若函数 $f(x) = \cos x - A \sin x (A > 0)$ 的最大值为2, 则 $A =$ _____, $f(x)$ 的图象的一个对称中心为_____.

14. [2024·顺义二模] 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 $2c$, 若点 $P(\frac{1}{2}c, \frac{\sqrt{3}}{2}c)$ 在双曲线 E 上, 则 E 的离心率为_____.

15. [2022·西城一模] 已知函数 $f(x) = |2^x - a| - kx - 3$, 给出下列四个结论:

- (1) 若 $a = 1$, 则函数 $f(x)$ 至少有一个零点;
(2) 存在实数 a, k , 使得函数 $f(x)$ 无零点;
(3) 若 $a > 0$, 则不存在实数 k , 使得函数 $f(x)$ 有三个零点;
(4) 对任意实数 a , 总存在实数 k 使得函数 $f(x)$ 有两个零点.
其中所有正确结论的序号是_____.

小题 2 “10 选择+5 填空” 65 分练

(时间:40 分钟 分值:65 分)

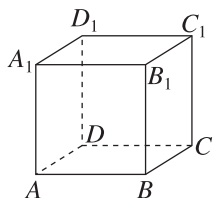
一、选择题:本题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. [2023·延庆一模] 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{-1, 0, a + 3\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的值为 ()
- A. -2 B. -1
- C. 0 D. 1
2. [2024·丰台二模] 在复平面内,复数 z 对应的点为 $(1, -1)$, 则 $\bar{z} =$ ()
- A. $1+i$ B. $-1+i$
- C. $1-i$ D. $-1-i$
3. 在平面直角坐标系 xOy 中,角 α 以 O 为顶点,以射线 Ox 为始边,其终边经过点 $(3, 4)$, 把角 α 的终边绕原点 O 沿逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$ 得到角 β 的终边, 则 $\sin \beta =$ ()
- A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$
- C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
4. [2023·昌平二模] 已知函数 $f(x)$ 为奇函数,且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$, 则 $f(-1) =$ ()
- A. 1 B. -1
- C. 2 D. -2
5. [2023·门头沟一模] 中国古代数学著作《九章算术》是人类科学史上应用数学的最早巅峰.书里记载了这样一个问题“今有女子善织,日自倍,五日织五尺.问日织几何?”译文是“今有一女子很会织布,每日加倍增长,5 天共织 5 尺.问每天各织多少布?”,则该女子第二天织布 ()
- A. $\frac{5}{31}$ 尺 B. $\frac{10}{31}$ 尺
- C. $\frac{15}{16}$ 尺 D. $\frac{6}{16}$ 尺
6. [2023·丰台二模] 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$, 双曲线 $y^2 - \frac{x^2}{m^2} = 1 (m > 0)$ 的一条渐近线与圆 C 相切, 则 $m =$ ()
- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- C. $2\sqrt{2}$ D. 8
7. [2022·石景山一模] 回文数是指从左到右读与从右到左读都一样的正整数,如 22, 121, 3443 等.那么在四位数中,回文数共有 ()
- A. 81 个 B. 90 个
- C. 100 个 D. 900 个

8. [2023·朝阳二模] 在 $\triangle ABC$ 中, M,N 分别是 AB,AC 的中点,若 $\overrightarrow{AB} = \lambda\overrightarrow{CM} + \mu\overrightarrow{BN} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$,则
 $\lambda + \mu =$ ()
 A. -2 B. -1
 C. 1 D. 2

9. [2022·石景山一模] “ $m < 4$ ”是“ $2x^2 - mx + 1 > 0$ 对任意 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. [2023·房山一模] 如图,已知几何体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体,则下列结论中正确的是 ()



- A. 与直线 AB, CC_1, D_1A_1 所成的角都相等的直线有且仅有一条
 B. 与直线 AB, CC_1, D_1A_1 所成的角都相等的平面有且仅有一个
 C. 到直线 AB, CC_1, D_1A_1 的距离都相等的点恰有两个
 D. 到直线 AB, CC_1, D_1A_1 的距离都相等的点有无数个

二、填空题: 本题共5小题,每小题5分,共25分.

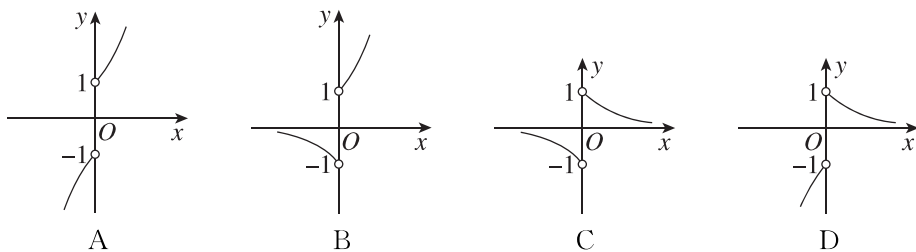
11. [2023·海淀一模] 不等式 $\frac{x-1}{x+2} > 0$ 的解集是_____.
12. [2024·人大附中模拟] 使 $\lg a + \lg b = \lg(a+b)$ 成立的一组 a, b 的值可以为 $a =$ _____, $b =$ _____.
13. [2023·朝阳一模] 经过抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点 F 的直线与抛物线相交于 A, B 两点,若 $|AB| = 4$,则 $\triangle OAB$ (O 为坐标原点)的面积为_____.
14. [2022·房山一模] 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,则 $g(x) =$ _____ ;若 $g(x)$ 在区间 $[0, m]$ 上的最小值为 $g(0)$,则 m 的最大值为_____.
15. [2024·北师大附属实验学校模拟] 已知无穷数列 $\{a_n\}$ 满足:对任意 $n \in \mathbf{N}^*$,都有 $a_n > 0$,且 $a_{n+2} =$
 $\begin{cases} a_{n+1} - a_n, a_{n+1} > a_n, \\ a_{n+1} + a_n, a_{n+1} \leq a_n. \end{cases}$ 给出下列四个结论:
 ①存在无穷多个 $k \in \mathbf{N}^*$,使得 $a_{k+2} = a_{k+1} + a_k$;
 ②存在 $k \in \mathbf{N}^*$,使得 $a_k = a_{k+3} = a_{k+6} = \dots$;
 ③对任意 $k \in \mathbf{N}^*$,都有 $a_k + a_{k+2} = a_{k+4}$;
 ④对任意 $k \in \mathbf{N}^*$,存在互不相同的 i_1, i_2, \dots, i_k ,使得 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{3k}}{a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_k}} = 2$.
 其中所有正确结论的序号是_____.

小题3 “10选择+5填空” 65分练

(时间:40分钟 分值:65分)

一、选择题:本题共10小题,每小题4分,共40分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. [2023·门头沟一模] 已知 i 是虚数单位,复数 $z = (-1+i)(2+i)$,则 $|z| =$ ()
 A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$
 C. 2 D. 3
2. [2024·十一学校三模] 已知 $A = \{x | \log_2(x-1) \leq 1\}$, $B = \{x | |x-3| > 2\}$,则 $A \cap B =$ ()
 A. \emptyset B. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x > 5\}$
 C. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x > 5 \text{ 且 } x \neq 1\}$ D. \mathbf{R}
3. [2023·海淀二模] 在平面直角坐标系 xOy 中,角 α 以射线 Ox 为始边,其终边经过点 $P(1, 2)$,则 $\sin \alpha =$ ()
 A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
 C. 2 D. $\frac{1}{2}$
4. [2023·房山一模] 已知数列 $\{a_n\}$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 满足 $a_n + a_1 = a_{n+1}$,且 $a_1 = 1$,则 a_5 等于 ()
 A. 2 B. 3
 C. 4 D. 5
5. [2023·西城二模] 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 1$, $\angle BAC = 90^\circ$,则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ()
 A. 1 B. -1
 C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$
6. [2022·石景山一模] 函数 $f(x) = \frac{x}{|x| \cdot 3^x}$ 的图象大致为 ()



7. [2023·朝阳一模] 已知点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$.若直线 $y = kx - 2$ 上存在点 P ,使得 $\angle APB = 90^\circ$,则实数 k 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, -\sqrt{3}]$ B. $[\sqrt{3}, +\infty)$
 C. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ D. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$
8. [2022·东城一模] 已知 $a, b \in \mathbf{R}$,则“ $a^2 + b^2 \leq 2$ ”是“ $-1 \leq ab \leq 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

小题 4 “10 选择+5 填空” 65 分练

(时间:40 分钟 分值:65 分)

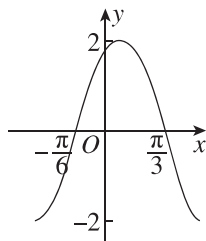
订正反思

一、选择题:本题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. [2024·朝阳一模] 若全集 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|x < 1\}$, $B=\{x|x > -1\}$, 则 ()
- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$
C. $B \subseteq \complement_U A$ D. $\complement_U A \subseteq B$
2. [2023·东城二模] 已知复数 $z = \frac{1-3i}{1+i}$ (其中 i 为复数单位), 则 \bar{z} 在复平面内对应的点位于 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
3. [2023·朝阳一模] 若 $a > 0 > b$, 则 ()
- A. $a^3 > b^3$ B. $|a| > |b|$
C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $\ln(a-b) > 0$
4. [2023·海淀一模] 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 P 在该抛物线上, 且点 P 的横坐标为 4, 则 $|PF| =$ ()
- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5
5. [2023·东城一模] 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 且 $m \subset \alpha, \alpha // \beta$, 则“ $m \perp n$ ”是“ $n \perp \beta$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. [2022·东城一模] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 为棱 BC 上一点, 则三棱锥 B_1-AC_1E 的体积为 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
7. [2023·房山一模] 已知函数 $f(x)$ 同时满足以下两个条件: ①对任意的实数 x , 都有 $f(x) + f(-x) = 0$; ②对任意的实数 x_1, x_2 , 当 $x_1 + x_2 \neq 0$ 时, 都有 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{x_1 + x_2} < 0$. 则函数 $f(x)$ 的解析式可能为 ()
- A. $f(x) = 2x$ B. $f(x) = -2x$
C. $f(x) = 2^x$ D. $f(x) = -2^x$

班级
姓名
答题卡
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

8. [2023·通州一模] 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式为 ()



- A. $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$ B. $f(x)=2\sin(x-\frac{\pi}{6})$
 C. $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ D. $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$
9. [2023·东城一模] 已知 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 成等比数列, 且 1 和 4 为其中的两项, 则 a_5 的最小值为 ()
- A. -64 B. -8
 C. $\frac{1}{64}$ D. $\frac{1}{8}$
10. [2024·顺义二模] 已知 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 为数列 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 中的项, 且 $|a_1 - a_2| \geq |a_2 - a_3| \geq \dots \geq |a_6 - a_7|$, 则 $|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + \dots + |a_6 - a_7|$ 的最大值是 ()
- A. 23 B. 21
 C. 20 D. 18

二、填空题: 本题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. [2023·石景山一模] 已知向量 $\mathbf{a}=(2\sin \theta, \cos \theta), \mathbf{b}=(1, 1)$, 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\tan \theta =$ _____.
12. [2023·平谷一模] 已知 $(1-2x)^5 = a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$, 则 $a_4 =$ _____.
13. [2023·朝阳一模] 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x, & x \geq 1, \\ 3^x, & x < 1 \end{cases}$ 的值域为 _____.
14. [2024·朝阳一模] 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{4} - x^2 = 1$, 则 C 的离心率是 _____; 若 C 的一条渐近线与圆 $D: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.
15. [2023·西城二模] 已知直线 $l: y=kx+b$ 和曲线 $C: y=\frac{1}{1+x^2}$, 给出下列四个结论:
- ①存在实数 k 和 b , 使直线 l 和曲线 C 没有交点;
 - ②存在实数 k , 对任意的实数 b , 直线 l 和曲线 C 恰有 1 个交点;
 - ③存在实数 b , 对任意的实数 k , 直线 l 和曲线 C 不会恰有 2 个交点;
 - ④对任意实数 k 和 b , 直线 l 和曲线 C 不会恰有 3 个交点.
- 其中所有正确结论的序号是 _____.

解答 1 “16~19 题” 55 分练

(时间:45 分钟 分值:55 分)

解答题: 本题共 4 小题, 共 55 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. [2023· 海淀一模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b \sin 2A = \sqrt{3} a \sin B$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知条件, 使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定, 求 a 的值.

条件①: $\sin C = \frac{2\sqrt{7}}{7}$; 条件②: $\frac{b}{c} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$; 条件③: $\cos C = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

注: 如果选择的条件不符合要求, 那么第(2)问得 0 分; 如果选择多个符合要求的条件分别解答, 按第一个解答计分.

(本小题满分 13 分)

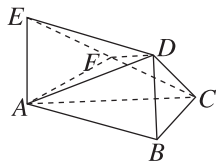
答 题 区 域

17. 如图, 几何体 $ABCDE$ 中, $AC \perp BC$, 四边形 $ABDE$ 是矩形, $BD \perp BC$, 点 F 为 CE 的中点, $BC = BD = 1$, $AC = 2$.

(1) 求证: $BC \parallel$ 平面 ADF ;

(2) 求平面 BCD 与平面 ADF 的夹角的余弦值.

(本小题满分 14 分)



答 题 区 域

18. [2023·平谷一模] 某地区甲、乙、丙三个林场开展植树工程,2011年至2020年的植树成活率(%)统计如下(表中“/”表示该年未植树):

	2011年	2012年	2013年	2014年	2015年	2016年	2017年	2018年	2019年	2020年
甲林场	95.5	92	96.5	91.6	96.3	94.6	/	/	/	/
乙林场	95.1	91.6	93.2	97.8	95.6	92.3	96.6	/	/	/
丙林场	97.0	95.4	98.2	93.5	94.8	95.5	94.5	93.5	98.0	92.5

规定:若当年植树成活率大于95%,则认定该年的植树工程为优质工程.

- (1)从乙林场植树的年份中任意抽取2年,求这2年的植树工程都是优质工程的概率;
- (2)从甲、乙、丙三个林场植树的年份中各抽取一年,用 X 表示这3年的植树工程中优质工程的个数,求 X 的分布列;
- (3)以频率估计概率,若乙、丙两个林场每年植树的棵数不变,能否根据两个林场植树工程为优质工程的概率的大小,推断出这两个林场植树成活率平均数的大小?

(本小题满分13分)

答 题 区 域

19. [2023·海淀一模] 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 ,上、下顶点分别为 B_1, B_2 , $|B_1B_2| = 2$,四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的周长为 $4\sqrt{6}$.

- (1)求椭圆 E 的方程;
- (2)设斜率为 k 的直线 l 与 x 轴交于点 P ,与椭圆 E 交于不同的两点 M, N ,点 M 关于 y 轴的对称点为 M' ,直线 $M'N$ 与 y 轴交于点 Q ,若 $\triangle OPQ$ 的面积为2(O 为坐标原点),求 k 的值.

(本小题满分15分)

答 题 区 域



解答 2 “16~19 题” 55 分练

(时间:45 分钟 分值:55 分)

解答题: 本题共 4 小题, 共 55 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. [2023·海淀二模] 已知函数 $f(x) = a \sin x \cos x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$, 且 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

- (1) 求 a 的值和 $f(x)$ 的最小正周期;
- (2) 求 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间.

(本小题满分 13 分)

答 题 区 域

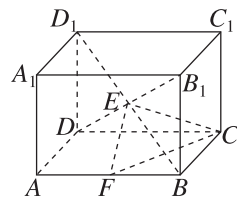
17. [2023·东城一模] 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = AD = 2$, BD_1 和 B_1D 交于点 E , F 为 AB 的中点.

- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 ADD_1A_1 .
- (2) 从条件①、条件②中选择一个作为已知条件.
 - (i) 求平面 CEF 与平面 BCE 的夹角的余弦值;
 - (ii) 求点 A 到平面 CEF 的距离.

条件①: $CE \perp B_1D$; 条件②: B_1D 与平面 BCC_1B_1 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 那么按第一个解答计分.

(本小题满分 14 分)



答 题 区 域

18. [2023·朝阳一模] 某地区组织所有高一年级学生参加了主题为“科技的力量”的知识竞答活动,根据答题得分情况评选出一、二、三等奖若干,为了解不同性别学生的获奖情况,从该地区随机抽取了 500 名参加活动的高一年级学生,获奖情况统计结果如下表.

性别	人数	获奖人数		
		一等奖	二等奖	三等奖
男生	200	10	15	15
女生	300	25	25	40

假设所有学生的获奖情况相互独立.

- 分别从上述 200 名男生和 300 名女生中各随机抽取 1 名,求抽到的 2 名学生都获一等奖的概率;
- 用频率估计概率,从该地区高一年级男生中随机抽取 1 名,从该地区高一年级女生中随机抽取 1 名,用 X 表示这 2 名学生中获奖的人数,求 X 的分布列和数学期望;
- 用频率估计概率,从该地区高一年级学生中随机抽取 1 名,设抽到的学生获奖的概率为 p_0 ,从该地区高一年级男生中随机抽取 1 名,设抽到的学生获奖的概率为 p_1 ,从该地区高一年级女生中随机抽取 1 名,设抽到的学生获奖的概率为 p_2 ,试比较 p_0 与 $\frac{p_1+p_2}{2}$ 的大小.

(本小题满分 13 分)

答 题 区 域

19. [2023·西城二模] 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴长为 $2\sqrt{2}$, 一个焦点为 $F_1(-2, 0)$.

- 求椭圆 E 的方程和离心率;
- 设直线 $l: x - my - 2 = 0$ 与椭圆 E 交于 A, B 两点,点 M 在线段 AB 上,点 F_1 关于点 M 的对称点为 C ,当四边形 AF_1BC 的面积最大时,求 m 的值.

(本小题满分 15 分)

答 题 区 域

解答3 “16~19题” 55分练

(时间:45分钟 分值:55分)

解答题: 本题共4小题,共55分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. [2023·东城二模] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $b\sin A - a\cos \frac{B}{2} = 0$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $b=3$,再从条件①、条件②、条件③中选择一个作为已知条件,使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定,求 a 的值及 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①: $\sin A + \sin C = 2\sin B$; 条件②: $c = \sqrt{3}$; 条件③: $ac = 10$.

注:如果选择的条件不符合要求,那么第(2)问得0分;如果选择多个符合要求的条件分别解答,那么按第一个解答计分.

(本小题满分13分)

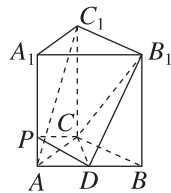
答 题 区 域

17. [2024·陈经纶中学三模] 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA \perp CB$, D 为 AB 的中点, $CA = CB = 2$, $CC_1 = 3$.

(1)求证: $AC_1 \parallel$ 平面 B_1CD ;

(2)若 $CC_1 \perp$ 平面 ABC ,点 P 在棱 AA_1 上,且 $PD \perp$ 平面 B_1CD ,求直线 CP 与平面 B_1CD 所成角的正弦值.

(本小题满分14分)

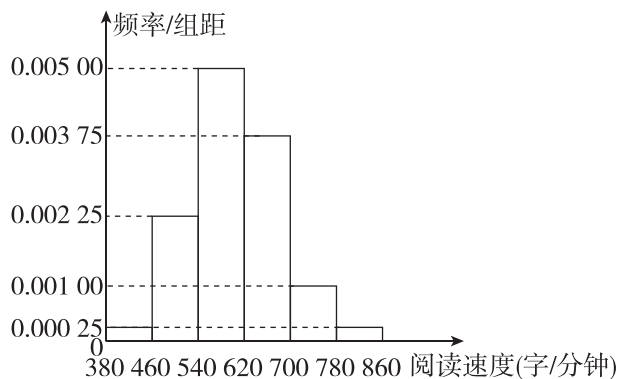


答 题 区 域

18. [2024·东城一模] 某中学为了解本校高二年级学生阅读水平现状,从该年级学生中随机抽取 100 人进行一般现代文阅读速度的测试,以每位学生平均每分钟阅读的字数作为该学生的阅读速度,将测试结果整理得到如图所示的频率分布直方图.

- (1)若该校高二年级有 1500 人,试估计阅读速度在 620 字/分钟及以上的人数;
- (2)用频率估计概率,从该校高二年级学生中随机抽取 3 人,设这 3 人中阅读速度在 540 字/分钟及以上的人数为 X ,求 X 的分布列与数学期望 $E(X)$;
- (3)若某班有 10 名学生参加测试,他们的阅读速度为 506,516,553,592,617,632,667,693,723,776,从这 10 名学生中随机抽取 3 人,设这 3 人中阅读速度在 540 字/分钟及以上的人数为 Y ,试判断 Y 的数学期望 $E(Y)$ 与(2)中的 $E(X)$ 的大小.

(本小题满分 13 分)



答 题 区 域

19. [2022·西城一模] 已知函数 $f(x) = \frac{ax}{e^x + a} - 1, a \neq 0$.

- (1)当 $a=1$ 时,
 - ①求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程;
 - ②求证: $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有且仅有一个极大值点.
- (2)若 $f(x)$ 没有零点,求 a 的取值范围.

(本小题满分 15 分)

答 题 区 域